

# 学習済み埋め込み空間における集合演算

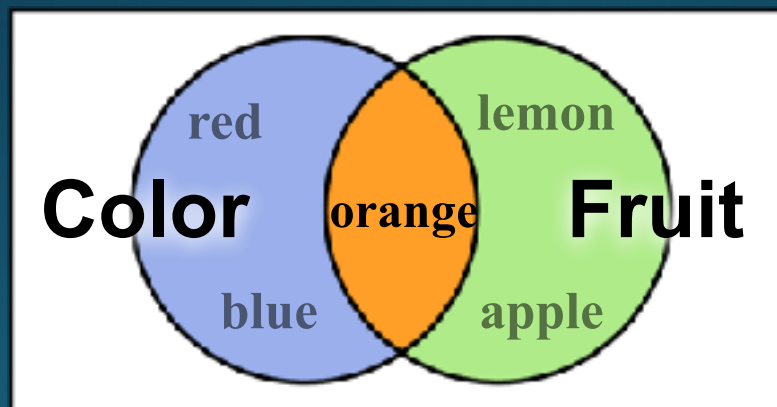
石橋 陽一,<sup>1</sup> 横井 祥,<sup>2,3</sup> 須藤 克仁,<sup>1,4</sup> 中村 哲<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 奈良先端科学技術大学院大学 (NAIST), <sup>2</sup> 東北大学, <sup>3</sup> 理研AIP, <sup>4</sup> JSTさきがけ

## 概要

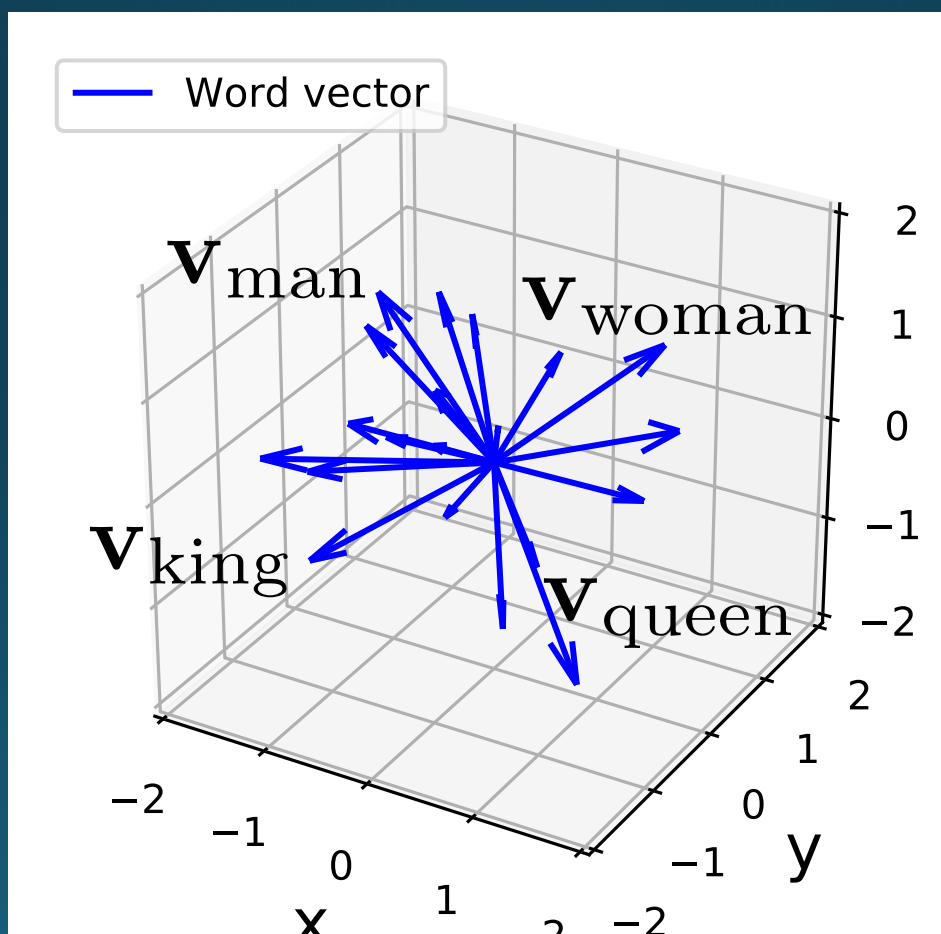
単語埋め込みは自然言語処理の基盤的な道具であり品質評価は重要な課題である。本研究では学習済み埋込空間上での集合の表現と集合演算を実現し評価へ応用する。我々は量子力学で提案されたHilbert空間上の集合演算である量子論理に着目し、埋込空間で集合と集合演算を表現する。実験では埋込空間上で量子論理による集合演算が可能であること、量子論理に基づく評価が後段タスクのスコアと高い正の相関を持つことを示した。

- 単語埋め込み空間で単語集合の表現や操作がしたい
- 量子力学で提案された論理体系である「量子論理」を使った方法を提案
- 単語埋め込みの評価に応用

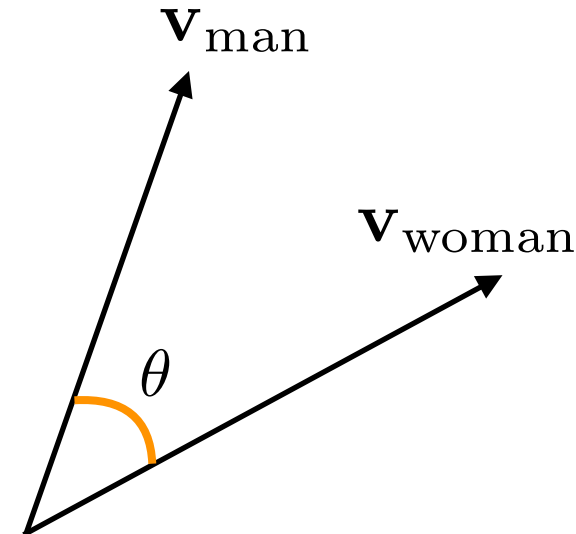


**背景：単語埋め込み空間における単語集合表現**

## 単語埋め込み：単語をベクトルで表現



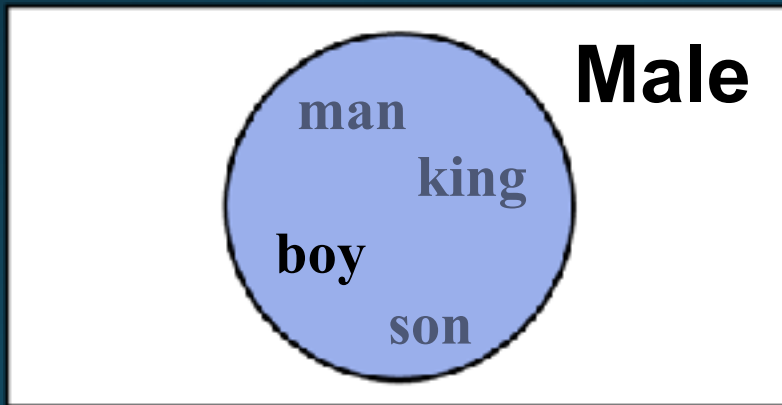
- 良い単語埋め込みとは？…似た単語が近くに埋め込まれている
- 先行研究：単語の意味評価

	評価対象	単語の評価例	計算方法
先行研究	単語	似ている？ <b>man</b> ↕ <b>woman</b>	類似度 $\cos \theta$ 

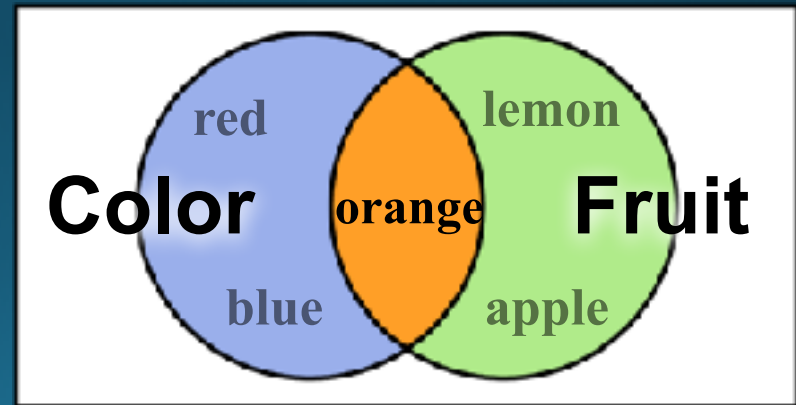
## 従来の埋め込み品質評価に欠けている視点

- 埋込空間にエンコードされた「単語集合」は我々の直感に合う特性を持つのか？

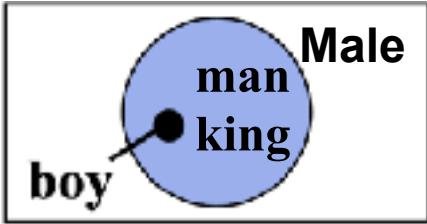
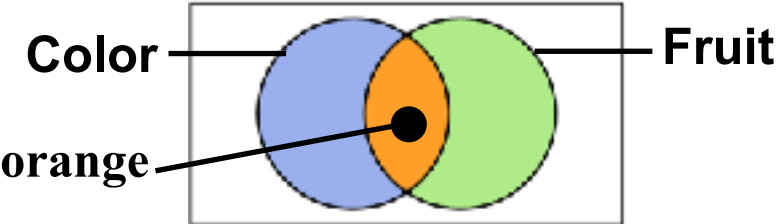
例1：Maleの中にboyがある



例2：ColorとFruitの共通部分にorangeがある



## 本研究: 埋込空間における**集合**の意味評価

	評価対象	例	計算方法
本研究	集合	 <p>A Venn diagram illustrating the relationship between 'boy' and 'man' within the 'Male' set. A large blue circle represents the 'Male' set. Inside it, a smaller black circle represents the intersection of 'boy' and 'man'. The word 'boy' is written to the left of this intersection, and 'man' is written inside it. The word 'king' is written to the right of the intersection, and 'Male' is written to the right of the large circle.</p>	提案法
	集合の関係	 <p>A Venn diagram illustrating the relationship between 'Color' and 'Fruit' sets. Two overlapping circles are shown: a blue circle on the left labeled 'Color' and a green circle on the right labeled 'Fruit'. The intersection of the two circles is shaded orange and labeled 'orange'.</p>	提案法

**提案手法：量子論理に基づく集合表現**

## 行いたい計算（評価のターゲット）

e.g.,  $\text{boy} \in \text{Male}$ ,  $\text{orange} \in \text{Color} \cap \text{Fruit}$ , etc

## 必要な表現

必要な表現	例
単集合	$\{\text{king}\}$
集合	$\text{Male} := \{\text{king, man, ...}\}$
帰属関係	$\text{boy} \in \text{Male}$
補集合	$\overline{\text{Male}}$
共通部分	$\text{Color} \cap \text{Fruit}$
和集合	$\text{Male} \cup \text{Female}$

単語埋め込み空間でどのように単語集合を表現し単語集合間の演算をおこなう？

- ・ 単語埋め込み空間（ユークリッド空間）での集合表現

→ **量子論理** [Birkhoff and von Neumann, 1936]

## 量子論理

- ・ 量子力学特有の現象を扱うために提案された無限多値論理
- ・ ヒルベルト空間上の集合演算
- ・ ユークリッド空間はヒルベルト空間

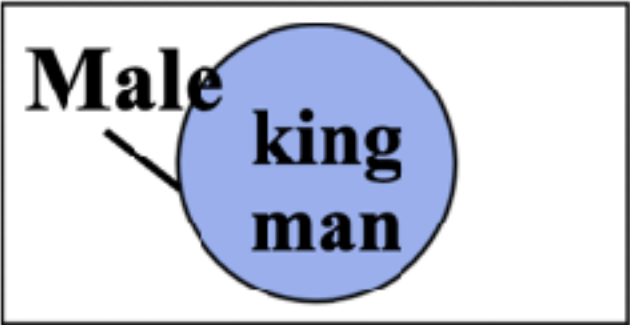
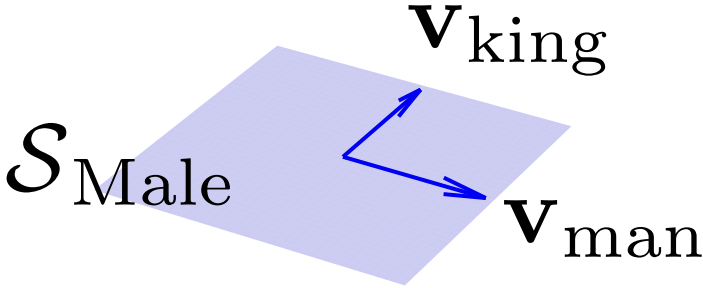
→ **単語埋め込み空間に適用可能**

必要な表現を **量子論理** で表現する

表現	例
単集合	$\{\text{king}\}$
集合	$\text{Male} := \{\text{king, man, ...}\}$
帰属関係	$\text{boy} \in \text{Male}$
補集合	$\overline{\text{Male}}$
共通部分	$\text{Color} \cap \text{Fruit}$
和集合	$\text{Male} \cup \text{Female}$

## 集合

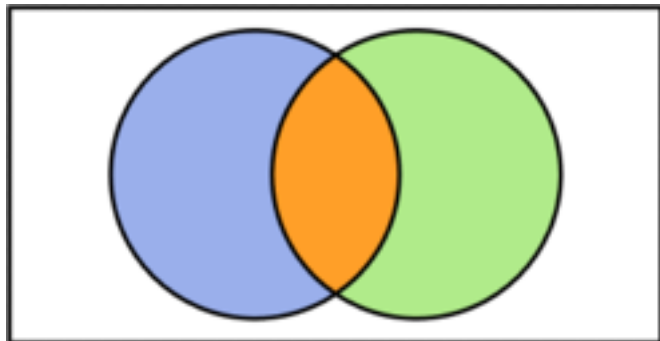
- 線型部分空間

集合	線型部分空間
<p data-bbox="150 763 834 839">Male = {king, man, ...}</p> 	<p data-bbox="950 763 1827 839"><math>\mathcal{S}_{\text{Male}} := \text{span}\{\mathbf{v}_{\text{king}}, \mathbf{v}_{\text{man}}, \dots\}</math></p> 

## 共通部分

- 2つの部分空間の共通部分

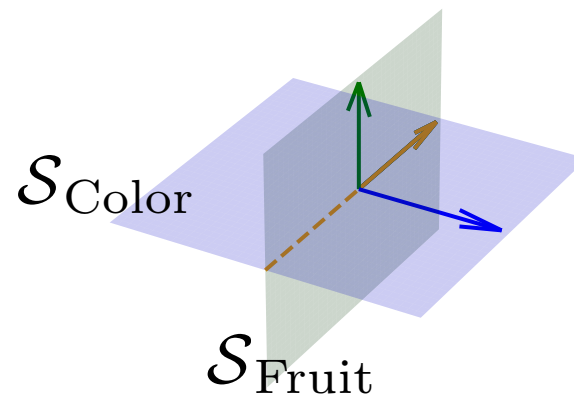
共通部分

 $\text{Color} \cap \text{Fruit}$ 

共通部分

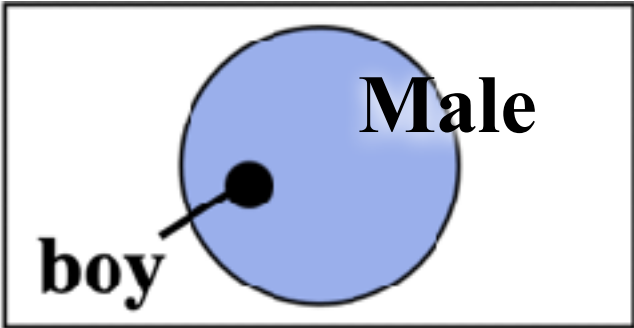
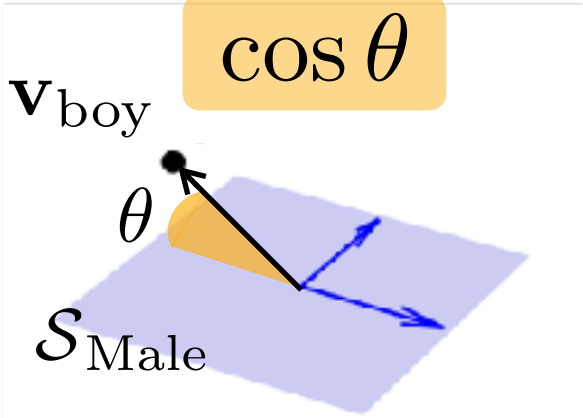
$$\mathcal{S}_{\text{Color}} \cap \mathcal{S}_{\text{Fruit}}$$

$$= \{ \mathbf{v} \mid \mathbf{v} \in \mathcal{S}_{\text{Color}}, \mathbf{v} \in \mathcal{S}_{\text{Fruit}} \}$$




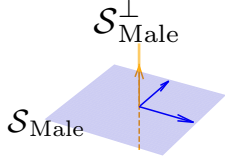
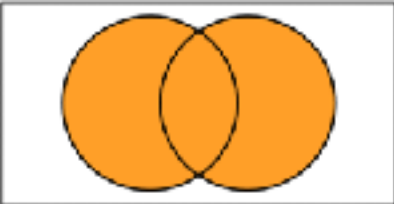
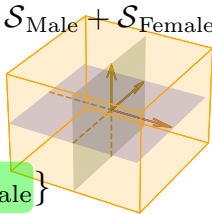
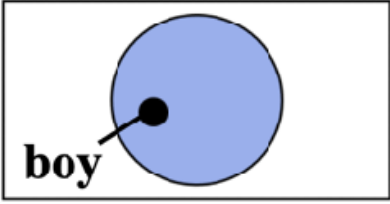
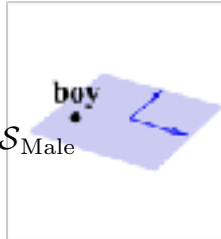


## ソフトな帰属関係

- 部分空間とベクトルのなす角度（正準角度）の $\cos$

帰属関係	ソフトな帰属関係
<p data-bbox="272 789 749 878"><math>\text{boy} \in \text{Male}</math></p> 	 <p data-bbox="1051 1243 1740 1329"> <math display="block">\theta := \min \left\{ \arccos \left( \frac{ \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_{\text{boy}} }{\ \mathbf{u}\  \ \mathbf{v}_{\text{boy}}\ } \right) \mid \mathbf{u} \in \mathcal{S}_{\text{Male}} \right\}</math> </p>

# 量子論理による集合演算の表現 (その他) 15

表現対象		量子論理的表現
<p>単集合</p> <p><math>\{\text{king}\}</math></p>		<p>1次元部分空間</p> <p><math>\{k\mathbf{v}_{\text{king}} \mid k \in \mathbb{R}\}</math></p> 
<p>補集合</p> <p><math>\overline{\text{Male}}</math></p>		<p>直交補空間</p> <p><math>\mathcal{S}_{\text{Male}}^\perp = \{\mathbf{u} \mid \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0 \ (\mathbf{v} \in \mathcal{S}_{\text{Male}})\}</math></p> 
<p>和集合</p> <p><math>\text{Male} \cup \text{Female}</math></p>		<p>和空間</p> <p><math>\mathcal{S}_{\text{Male}} + \mathcal{S}_{\text{Female}}</math></p> <p><math>= \{\mathbf{u} + \mathbf{v} \mid \mathbf{u} \in \mathcal{S}_{\text{Male}}, \mathbf{v} \in \mathcal{S}_{\text{Female}}\}</math></p> 
<p>(ハードな) 帰属関係</p> <p><math>\text{boy} \in \text{Male}</math></p>		<p>部分空間の元</p> <p><math>\mathbf{v}_{\text{boy}} \in \mathcal{S}_{\text{Male}}</math></p> 

実験

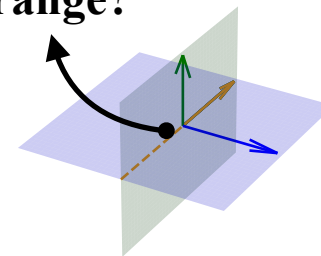
**仮説：** orange ベクトルは  $\text{Color} \cap \text{Fruit}$  部分空間の近傍に埋め込まれている

**検証方法：**  $\text{Color} \cap \text{Fruit}$  部分空間からランダムにベクトルをサンプリングし最近傍の単語を確認

**結果：**  $\text{Color} \cap \text{Fruit}$  部分空間に orange が含まれる (他の集合も同様の結果)

e.g.  $\text{Color} \cap \text{Fruit}$  からサンプリング

orange?



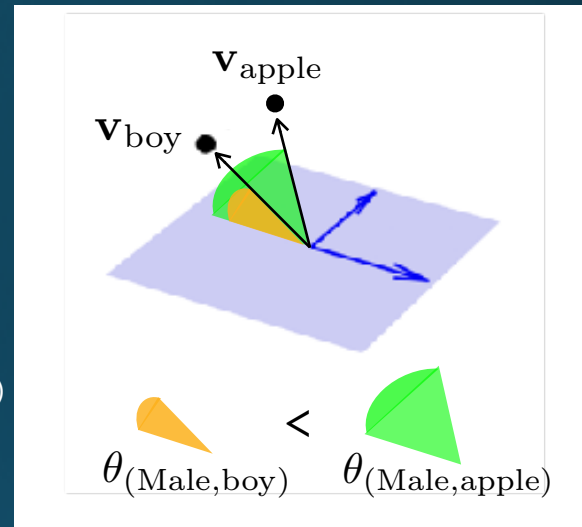
部分空間	$\text{Color} \cap \text{Fruit}$	$\text{Male} \cup \text{Female}$	$\overline{\overline{\text{Male} \cup \text{Female}} \cap \overline{\text{Male} \cup \text{Female}}}$ (= $\text{Male} \cup \text{Female}$ )
最近傍単語*	orange	granddaughter	grandmother
		grandmother	aunts
		grandfather	bride
		girl	brothers

\* 複数サンプリングしたベクトルとのcos類似度が0.5以上の単語の上位4件

**仮説**  $\theta_{(\text{Male}, \text{boy})} < \theta_{(\text{Male}, \text{apple})}$   
 $\rightarrow \cos(\mathcal{S}_{\text{Male}}, \mathbf{v}_{\text{boy}}) > \cos(\mathcal{S}_{\text{Male}}, \mathbf{v}_{\text{apple}})$   
 $\rightarrow \cos(\mathcal{S}_{\text{Male}}, \mathbf{v}_{\text{boy}}) - \cos(\mathcal{S}_{\text{Male}}, \mathbf{v}_{\text{apple}}) > 0$   
 $\theta_{(\mathcal{S}, \mathbf{v})}$  ... 部分空間とベクトルの正準角度  
 $\cos(\mathcal{S}, \mathbf{v})$  ... 部分空間とベクトルの正準角度のcos

**データ**  $(\mathcal{S}, w, w')$  **の例** (部分空間を張る単語集合 $\mathcal{S}$ に $w$ と $w'$ は含まない)

- (Male, boy, apple)
- (Color  $\cap$  Fruit, orange, man)



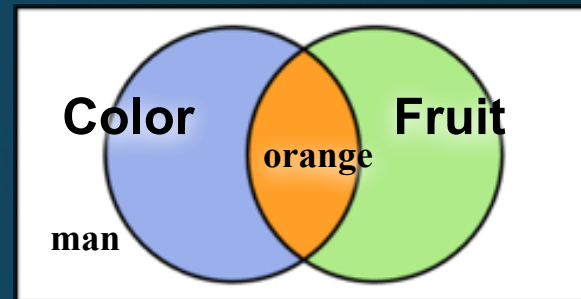
**平均集合帰属度**  $\text{SCORE} = \frac{1}{|D|} \sum_{(\mathcal{S}, w, w') \in D} (\cos(\mathcal{S}, \mathbf{v}_w) - \cos(\mathcal{S}, \mathbf{v}_{w'}))$

**結果**：集合の要素である単語のベクトルは要素でない単語のベクトルよりも集合の部分空間に近い

集合タイプ	集合	共通部分	和集合
平均集合帰属度	0.146	0.292	0.084

### 集合の評価

- $\text{Color} \cap \text{Fruit}$  の中に orange が入っている
- $\text{Color} \cap \text{Fruit}$  の中に man が入っていない



(例)  $\text{orange} \in \text{Color} \cap \text{Fruit}$  の評価

1. 集合  $\text{Color} \cap \text{Fruit}$  を量子論理で部分空間として表現

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_{\text{color}} \cap \mathcal{S}_{\text{Fruit}}$$

2. orange との正準角度、man との正準角度を計算

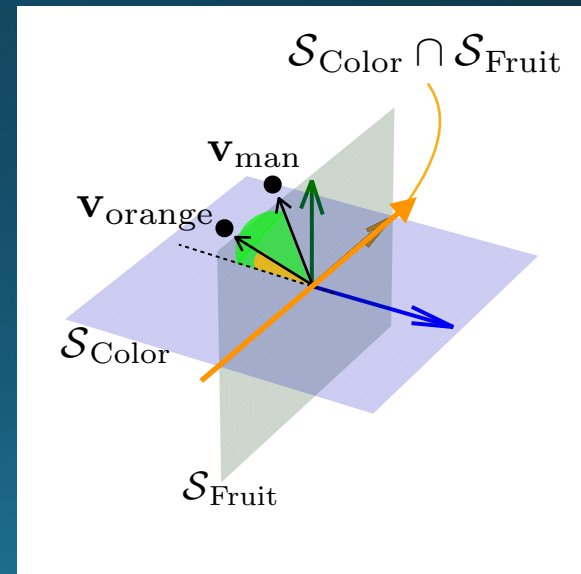
$$\cos(\mathcal{S}, \mathbf{v}_{\text{orange}})$$

$$\cos(\mathcal{S}, \mathbf{v}_{\text{man}})$$

3. スコアを計算  $\text{score}(\text{Color} \cap \text{Fruit}, \text{orange}, \text{man}) = \cos(\mathcal{S}, \mathbf{v}_{\text{orange}}) - \cos(\mathcal{S}, \mathbf{v}_{\text{man}})$

### 評価方法

- 全集合のスコアのマクロ平均を計算



仮説:

集合帰属度と後段タスクのスコアに正の相関がある

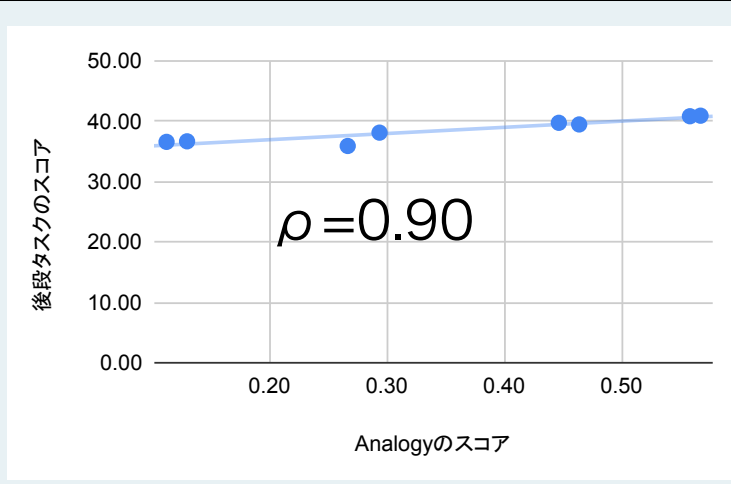
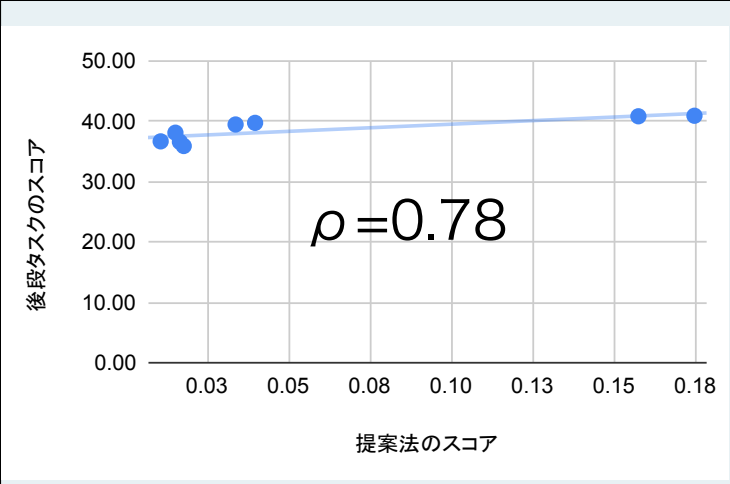
後段タスク: SentEval

- 2つの文の意味的類似性の判断: MRPC, SICK-E
- 感情分析: MR, CR, MPQA SST-5
- テキスト分類: SUBJ, TREC

評価対象: 次元の異なる8つの単語埋め込み (GloVe)

- 埋め込み空間の次元: {25, 50, 100, 200}
- 埋め込み空間の前処理 (中心化) あり/なし

- ベースライン (Analogy)：単語ペアの関係を2つのベクトルのなす角度で評価
- 8つの学習済み単語埋め込みの散布図（横：埋め込み評価スコア, 縦：後段タスクのスコア）
- 結果：後段タスクと提案法の評価スコアには正の相関がある

手法	Analogy（従来法）	提案法
評価タイプ	単語の関係	集合の関係
後段タスク (SST-5*) と埋め込み評価スコアの $\rho$	 <p>後段タスクのスコア</p> <p>Analogyのスコア</p> <p><math>\rho = 0.90</math></p>	 <p>後段タスクのスコア</p> <p>提案法のスコア</p> <p><math>\rho = 0.78</math></p>

\*他の後段タスクでも同様の結果

- ✓ 既存の単語埋め込み評価は**単語の意味評価**
- ✓ 単語埋め込み空間における**集合の表現**（量子論理）を**評価に応用**
- ✓ 単語埋め込み空間で単語集合・単語集合間の関係（量子論理）のモデリングを実現
- ✓ 量子論理を用いた単語埋め込み評価と後段タスクのスコアに正の相関