信学技報 IEICE Technical Report NC2014-15,IBISML2014-15(2014-06)

脳波のチャネル間相関の事前分布を利用した確率的目的成分強調

Sakriani Sakti[†] Graham Neubig[†] 中村 哲[†]

† 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科 〒630-0101 奈良県生駒市高山町 8916-5 E-mail: †maki.hayato.lt3@is.naist.jp, tomoki@is.naist.jp, ssakti@is.naist.jp, neubig@is.naist.jp, s-nakamura@is.naist.jp

あらまし 脳波の振幅は非常に小さく、外部からのアーチファクト混入に対しても極めて脆弱であるため、そのままでは特徴を分析するのが難しい。脳波の S/N 比を向上させるために、加算平均法や独立成分分析を用いるのが一般的である。加算平均法はリアルタイム処理が行えなくなる等の問題が生じる一方、独立成分分析には分離可能な信号源の数に問題がある。音源分離の分野では、脳波の観測を時間周波数領域上の確率モデルで仮定し、最尤推定で得られたパラメタを用いて設計されたマルチチャネルウィーナーフィルタにより信号分離を行う手法が提唱された。この手法に対し、本研究では事前の脳波計測により、パラメタの 1 つである空間相関行列に関する事前知識を獲得し、事前分布として定式化することによりパラメタ推定の精度向上を図った。強調精度の評価のため波形のハパターン認識を行い、事前知識の導入により強調精度が向上することを示した。

キーワード 脳波, EEG, 混合正規分布, ウィシャート分布, ウィーナーフィルタ, MAP 推定, EM アルゴリズム

Probabilistic Enhancement of EEG Component Using Prior Distribution of Correlations Between Channels

Havato Maki † Tomoki Toda ‡

Sakriani Sakti[†] Graham Neubig[†] Satoshi Nakamura[†] †Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology 8916-5 Takayamacho, Ikoma -shi, Nara, Japan

E-mail: †maki.hayato.lt3@is.naist.jp, tomoki@is.naist.jp, ssakti@is.naist.jp, neubig@is.naist.jp, s-nakamura@is.naist.jp

Abstract The signal-noise ratio of EEG is very low, which presents serious problems for interpretation and analysis of signals from EEG recordings. Synchronous addition of trials to cancel out background noise or rejecting trials contaminated by eye blinks or other artifacts cause substantial data loss.

Therefore, a technique to separate each component of EEG observations is in high demand. ICA is widely used for the purpose. It works well when the number of sensors is equal to or larger than the number of sources. However, the assumption is questionable in the context of EEG signal separation because we do not know the effective number of statically independent brain signals contributing to the EEG. In the field of audio source separation, a technique to enhance objective components multi-channel Wiener filters has been proposed. The method assumes that the amplitude of each component follows a complex Gaussian in each slot of the time-frequency domain, and thus the amplitude of an observed signal follows a Gaussian mixture model (GMM). These are estimated using the EM algorithm to maximize the likelihood of an observation signal.

Applying this scheme to EEG signal component enhancement, we set a prior distribution to spatial correlation matrices. Compared to previous work, this allows us to reduce the degree of freedom in parameter estimation, improving estimation performance. Finally, an experiment was carried out, which demonstrated the effectiveness of the proposed approach.

Keyword EEG, GMM, Wishart distribution, Wiener filter, MAP estimation, EM algorithm

1. はじめに

脳の仕組みを理解しようとする試みは近年目覚ましい進歩を遂げ、そこから得られた知見を産業や医療に応用しようとする動きが活発になっている. なかでも、脳の活動を計測して直接外部機器の制御に活用す

るブレインマシンインターフェース(Brain Machine Interface: BMI)[1]は、筋萎縮性側索硬化症(ALS)や脊椎の損傷等で手足を動かせなくなった人々への移動手段[2]やコミュニケーション手段[3]の提供や、脳の活動の様子を患者にフィードバック呈示することによるリハ

ビリテーション支援[4]など、医療・福祉分野を中心に応用が期待されている.これまでの BMI の研究は、実験室など限られた環境での動作を前提として進められてきており、今後の実用化に向けて実環境での使用に耐える安定性や動作精度が課題となる.

脳活動の計測方法は、外科手術を必要とする計測法である侵襲的計測法と、それを必要としない非侵襲的計測法に分けられる.計測精度の面では概ね侵襲的計測がまさるが、安定性や手軽さ等の理由から特に期待が高いのは非侵襲的計測法である.非侵襲的計測法はさらに4つに分けられ、fMRI(機能的磁気共鳴画像法)、MEG(脳磁図)、EEG(脳波)、NIRS(近畿赤外線分光法)の4つが存在する.fMRIとMEGは重厚長大な機器であり、可搬性が皆無であるため、より日常生活に近い場面でも計測可能なEEG又はNIRS、あるいはそれらの同時計測に基づくBMIの開発が盛んである.NIRSは脳の活動から計測までに数秒のタイムラグが生じるのに対して、EEGではそのようなタイムラグがほぼ生じないという利点があり、インターフェースへの応用により適しているといえる.

しかし、EEG は信号対雑音比の低さに問題がある. BMIの制御には何らかの刺激を呈示して脳活動を誘発 するのが一般的だが, それらの刺激とは無関係な背景 脳波も常に生じており、目的成分だけを見るのは難し い. また、瞬きや歯ぎしり等の筋電により生じるノイ ズや, 商用電源によるノイズ等, 外部からのアーチフ ァクトも混合して観測される. 特に瞬きによるアーチ ファクト混入は EEG 計測における主要な問題であり、 その除去のためのツールボックスなども開発されてい る[5]. 被験者に実験中は眼球を動かさないように指示 することも可能だが、計測の環境が著しく制限される ことになる. 瞬きや体動により生じるノイズは振幅が 脳波よりも非常に大きいため、 閾値よりも大きな振幅 を記録した試行を解析から除外する方法も広く用いら れているが,まばたきが頻繁に起こる現象である一方, 脳波計測の実験データは被験者の拘束時間や刺激に対 する慣れなどの問題から、集められるデータ数は限ら れる. したがって、アーチファクトに影響された試行 を除外することは、深刻なデータ不足につながる. こ のような脳波の特徴は、脳波の解釈や応用を難しくさ せているため, 脳波の目的成分を強調する技術が必要 となる.

脳波の目的成分の強調法として、広く用いられているのは加算平均法と独立成分分析[6]である.

加算平均法は、複数回の脳波計測によって得られた 脳波信号を時間的に同期させて加算平均する方法であ る.このとき、目的成分が毎回の計測ごとに同じタイ ミングで生じていれば、加算平均により振幅が保存さ れる一方,目的成分と無関係に生じている背景脳波は、N回の加算平均によって振幅が \sqrt{N} 倍になり、相対的に目的成分が強調されることになる。BMIの入力としてよく用いられる P300 という誘発電位の場合,20回の加算平均で安定した観測が得られることが報告されている[7].しかし、呈示する刺激が毎回同じであっている[8].加算平均法では、複数回の計測で生じていた平均的な脳活動を見ることになり、単一の脳活動を計測できないという問題点がある。また、加算平均法はリアルタイム処理にも適さない。P300の加算平均を利用してBMIの入力とする場合,80%以上の動作精度を達成しようとすると、操作の開始意図から実際に動作が開始するまで 20 秒程度要する[3].

独立成分分析は、線形時不変なフィルターにより、単一の信号を、それが生じている独立な信号源ごとに分離する手法である。独立成分分析は、以下の条件を満たす場合に有効な手法である。(1)観測信号は各信号源から生じた信号の線形結合であり、時間遅れは無視できる。(2)信号源の数は、センサーの数以下である[9]。この2つの仮定のうち、脳波信号の分離問題については(1)は成立すると考えられるが、(2)は脳波の信号源である神経細胞が無数に存在するのに対して、センサーとなる EEG のチャネルは多いものでも 64 個程度であるため、成立しないと考えられる。したがって、独立成分分析を用いて脳は信号を高精度に分離するのは困難であると考えられる。

音源分離の分野に目を向けると、信号の観測を確率 モデルで定式化し、そのパラメタを最尤法により推定 し、推定されたパラメタを用いてマルチチャネルウィ ーナーフィルタリングを行う手法が Sakanashi ら[10] によって提案されており、それを信号の混合数が未知 である場合に拡張した方法も存在する[11]. Sakanashi らの目的は信号分離であり、パラメタの推定は完全な 教師なし学習の問題として行われている。そのため、 パラメタ推定の自由度は非常に高い.

本研究では、Sakanashi らの方法に基づき、パラメタの推定に事前確率を導入する.本研究の目的は、信号の分離ではなく、BMI の入力等に必要な脳波の目的成分を強調することである. P300 等の誘発電位の性質はよく調べられており、事前に計測しておくことによってパラメタの推定に prior を導入することができる.これによりパラメタの推定に拘束条件が加わり、推定精度を向上させることができる.

本稿の以下の構成を述べる.2章では Sakanashi らが 定式化した信号の生成と観測の確率モデルとそのパラ メタ推定,マルチチャネルウィーナーフィルタについ て述べる.3章では,提案法について述べる.4章では, 提案法の性能を評価するためのパターン認識実験について述べる.5章では、本稿の結論を述べる.

2. 脳波イベント生成モデルに基づくイベント 信号分離

Sakanashi らの手法では、脳波の観測に影響を与える個々の現象に関連する信号の振幅や周波数の変化をイベントと定義している.独立成分分析と異なり、信号源一つ一つから生じる信号ではなく、イベントに起因する信号(イベント信号)ごとでの分離を考える.

2.1. 脳波イベント生成モデル

EEG のチャネル数を I, 時間周波数領域におけるスロット(n,f)における,観測信号の振幅を $\mathbf{x}(n,f)$, k番目のイベント信号の振幅を $\mathbf{c}_k(n,f)$ とする.ここで,n は短時間フーリエ変換における分析フレームのインデックス,fは周波数のインデックスを表す.すると,

$$\mathbf{x}(n,f) = \begin{pmatrix} x^{(1)}(n,f) \\ \vdots \\ x^{(I)}(n,f) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1^{(1)}(n,f) \\ \vdots \\ c_1^{(I)}(n,f) \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} c_K^{(1)}(n,f) \\ \vdots \\ c_K^{(I)}(n,f) \end{pmatrix}$$
$$= \mathbf{c}_1 + \dots + \mathbf{c}_K \tag{1}$$

という関係が成り立つ. K は観測に混合しているイベントの総数である. また, イベント信号は各時間周波数スロットにおいて $\mathbf{0}$ 平均の I 次元複素正規分布に従うと仮定する.

$$p(\mathbf{c}_{k}(n,f)) = \mathcal{N}_{c}(\mathbf{c}_{k}(n,f); \mathbf{0}, v(n,f)\mathbf{R}_{k})$$

$$= \frac{\exp(-\mathbf{c}_{k}(n,f)^{\mathrm{H}}v(n,f)\mathbf{R}_{k}\mathbf{c}_{k}(n,f))}{\pi^{I}|v(n,f)\mathbf{R}_{k}|}$$
(2)

さらに、各時間周波数スロットにおいてイベントはスパースに発生すると仮定する. すなわち、時間周波数スロット(n,f)において、z(n,f)番目のイベントのみがアクティブになると仮定する. これにより、本来なら式(1)のようにイベントの総和となる観測信号は、

$$\mathbf{x}(n,f) = \mathbf{c}_{z(n,f)}(n,f) \tag{3}$$

のように表される. また, 第k番目のイベントがアクティブになる確率を

$$p(z(n,f) = k) = \alpha_k, \quad \sum_{k=1}^{K} \alpha_k = 1$$
 (4)

以上により、観測信号の尤度は以下の式で表される.

$$\theta = \{v_k(n, f), \mathbf{R}_k, \alpha_k\}$$

$$p(\mathbf{x}|\theta) = \prod_{n,f} \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \mathcal{N}_c(\mathbf{x}(n,f); \mathbf{0}, v_k(n,f) \mathbf{R}_k)$$
 (5)

2.2. パラメタの最尤推定

アクティブなイベント番号 z(n,f)を隠れ変数とした 最尤推定のためのQ関数は、以下のように与えられる.

$$Q(\theta, \hat{\theta}) = \sum_{n, f, k} q_k(n, f) \left(\log \alpha_k - I \log \pi - I \log v_k(n, f) \right)$$

$$-\log|\mathbf{R}_{k}| - \frac{\mathbf{x}^{\mathrm{H}}(n,f)\mathbf{R}_{k}^{-1}\mathbf{x}(n,f)}{v_{k}(n,f)}$$
 (6)

E-step

$$q_k = \frac{\alpha_k \mathcal{N}_c(\mathbf{x}(n, f); \mathbf{0}, v_k(n, f) \mathbf{R}_k)}{\sum_{k=1}^K \alpha_k \mathcal{N}_c(\mathbf{x}(n, f); \mathbf{0}, v_k(n, f) \mathbf{R}_k)}$$
(7)

M-step

$$v_k(n,f) = \frac{\mathbf{x}^{\mathrm{H}}(n,f)\mathbf{R}_k^{-1}\mathbf{x}(n,f)}{I}$$
(8)

$$\mathbf{R}_{k} = \frac{\sum_{n,f} \frac{q_{k}(n,f)}{v_{k}(n,f)} \mathbf{x}(n,f) \mathbf{x}^{\mathrm{H}}(n,f)}{\sum_{n,f} q_{k}(n,f)}$$
(9)

$$\alpha_k = \frac{\sum_{n,f} q_k(n,f)}{\sum_{n,f,k} q_k(n,f)}$$
(10)

ただし、M-step における R_k および $v_k(n,f)$ に更新は、更新式が互いに依存しあっているため、通常の EM アルゴリズムのように E-step と M-step を交互に行うのではなく、 R_k 及び $v_k(n,f)$ が収束するまで M-step を繰り返し、その後再び E-step に戻る.

2.3. マルチチャネルウィーナーフィルタによるイベント信号分離

上記の EM アルゴリズムを用いて推定したパラメタを用いて,以下の様なマルチチャネルウィーナーフィルタを設計し,信号を分離する.

$$c_k(n, f) = \mathbf{R}_{c_k}(n, f)\mathbf{R}_{\mathbf{x}}^{-1}(n, f)\mathbf{x}(n, f)$$
 (11)

$$\mathbf{R}_{c_k(n,f)} = q_k(n,f)v_k(n,f)\mathbf{R}_k \tag{12}$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}(n,f)} = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{R}_{c_k(n,f)}$$
 (13)

3. 空間相関行列の事前分布を利用した目的イベント強調

Sakanashi らは、信号に含まれる特定の成分を強調するのではなく、すべてのイベントを等価に扱いそれらを分離することを目的としている。また、観測に含まれる信号の性質は未知である状況を想定しており、パラメタの推定は完全な教師なし学習の問題となっている。その結果、パラメタの推定は各時間周波数スロッごとに独立して行われており、推定の自由度は非常に高い。

一方で、実際に脳波を応用する場面では、観測される信号の特性はあらかじめわかっていることも多い.たとえば、P300 という誘発電 位は、BMI の入力としてよく用いられ、既にその時間 特性や周波数特性、賦活部位等が詳しく調べられている.また、まばたきや交流電源等、脳波に混合して観測されるノイズの信号としての特性もあらかじめ調査が可能である.それらの事前知識をパラメタ の事前確率として定式化し、推定の拘束条件とすれば、より高精度な推定が可能であると考えられる.したがって、本研究では Sakanashiらの手法のパラメタ推定部分に 事前確率を導入することにより MAP 推定へと拡張する.

3.1. ウィシャート分布

多次元正規分布における共分散行列の客列の共役 事前分布は、ウィシャート分布であることが知られて いる[12].

$$p(\mathbf{R}_{k}^{-1}|\mathbf{\Psi}_{k}) = \frac{|\mathbf{R}_{k}^{-1}|^{\frac{NF-I-1}{2}} \exp\left(\frac{\operatorname{tr}(\mathbf{\Psi}_{k}\mathbf{R}_{k}^{-1})}{2}\right)}{2^{\frac{NFI}{2}}|\mathbf{\Psi}_{k}|^{\frac{NF}{2}}\Gamma_{I}\left(\frac{NF}{2}\right)}$$
(14)

ここで、N、F はそれぞれ短時間フーリエ変換の総時間フレーム数と総周波数ビン数である、 Γ_I は I 次元ガンマ分布、 Ψ_k は k 番目のイベントを事前に計測した信号の時間周波数領域における $I \times I$ の共分散行列である.

3.2. 空間相関行列の MAP 推定

式(7)の観測尤度について,式(14)の事前確率を考慮する形で拡張した MAP 推定を考える.パラメタの推定は以下の様に定式化される.

$$\arg \max_{\theta} p(\mathbf{R}|\mathbf{x}, v, \alpha)$$

$$= \arg \max_{\theta} \prod_{n, f, k} p(\mathbf{x}(n, f)|\theta) \prod_{k} p(\mathbf{R}_{k}|\mathbf{\Psi}_{k})$$
(15)

where $\mathbf{R} = {\mathbf{R}_1, \cdots, \mathbf{R}_k}$

アクティブなイベント番号 z(n,f)を隠れ変数とした MAP 推定のための Q 関数は、以下のように与えられる.

$$Q(\theta, \hat{\theta})$$

$$= \sum_{n,f,k} q_k(n,f) \left(\log \alpha_k - I \log \pi - I \log \nu_k(n,f) - \log |\mathbf{R}_k| - \frac{\mathbf{x}^{\mathrm{H}}(n,f)\mathbf{R}_k^{-1}\mathbf{x}(n,f)}{\nu_k(n,f)} \right)$$

$$+\frac{NF}{2}\log|\Psi| - \frac{NFI}{2}\log 2 - \log\Gamma_{I}\left(\frac{NF}{2}\right)$$
$$-\frac{(NF+I+1)}{2}\log|\mathbf{R}_{k}| - \frac{\operatorname{tr}(\Psi\mathbf{R}_{k}^{-1})}{2} \quad (16)$$

この Q 関数を最大化するように E-step と M-step で 各パラメタを更新していく. E-step では, $q_k(n,f)$ を式 (7)を用いて更新する. M-step では, $v_k(n,f)$, \mathbf{R}_k , α_k を更新する. $v_k(n,f)$ は式(8)を用いて更新する. α_k は式 (10)を用いて更新する. \mathbf{R}_k は以下の式を用いて更新する

$$\mathbf{R}_{k} = \frac{\sum_{n,f} \frac{q_{k}(n,f)}{v_{k}(n,f)} \mathbf{X}(n,f) \mathbf{X}^{H}(n,f) + \frac{1}{2} \mathbf{K}}{\sum_{n,f} q_{k}(n,f) + (NF - I - 1)}$$
(17)

ただし、M-step における R_k および $v_k(n,f)$ に更新は、更新式が互いに依存しあっているため、通常の EM アルゴリズムのように E-step と M-step を交互に行うのではなく、 R_k 及び $v_k(n,f)$ が収束するまで M-step を繰り返し、その後再び E-step に戻る.

3.3. マルチチャネルウィーナーによる目的成分強調

上記の EM アルゴリズムを用いて推定されたパラメタを用いて式(11), (12), (13)のようにマルチチャネルウィーナーを設計し,目的成分の強調を行う.

4. 実験による評価

提案手法の性能を評価するために、誘発電位のパターン認識実験を行った. 提案法によって信号対雑音比が向上し、目的成分が強調されれば、認識精度が向上すると考えられる

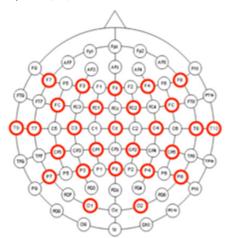


図 1 EEG 電極の配置

4.1. 実験条件

脳波計測に利用した電極は図1のとおりである. サンプリング周波数は200Hz, 被験者は1名である. 被験者は以下の2つの実験に参加した.

4.1.1. オドボールパラダイム

オドボールパラダイムは、ERP の測定のために用いられる古典的な実験である.被験者は 1kHz の低い音と2kHz の高い音をランダムな順番で繰返し呈示される.被験者は、高い音が呈示された回数を 黙って数えるように指示される.数える方の刺激を ターゲット刺激,数えない方の刺激をスタンダード刺激と呼ぶ.ターゲット刺激を 50トライアル、スタンダート刺激 20トライアル、計 250トライアルを行い、その間の脳波を記録する.被験者がターゲット刺激を聴いた時、P300 が誘起されることが知られている.

計測中の眼球運動を抑制するために、被験者は実験を通じてモニターの中央に映された無意味刺激(+マーク)を見ているように指示される. 刺激音の継続長 を0.2 秒, 刺激の呈示間隔を 1.65 秒とした[図 2].

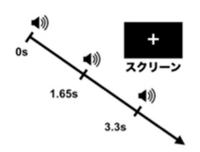


図 2 オドボールパラダイム

4.1.2. 安静課題

被験者は、可能な限りリラックスするように指示され、刺激等は呈示されない. 計測中の眼球運動を 抑制するために、被験者はモニターの中央に映された無意味刺激を見ているように指示され、その間の脳波を記録する. 計測時間は 90 秒である.

安静課題中で記録された脳波信号を R 波と呼ぶことにする.

4.2. パターン認識

オドボールパラダイムで得られて観測信号に対して,T波とS波を識別するパターン認識実験を行った.

4.2.1. 識別器の構築

識別器には多項式カーネルを利用した Support Vector Machine を用いた. One-Leave-Out の交差検証法により学習とテストを行い,テストデータに対する識別率を算出した.

特徴量は、チャネル Cz に関して、刺激のオンセットから 800 ミリ秒後までの信号を 100 ミリ秒ごとに区切り、各区間での平均振幅を用いた 8 次元のベクトル

である.

また、特徴量算出の前処理として、提案法又は Sakanashi 法で目的成分の強調を行った.

4.2.2. 提案法による処理

提案手法では、イベント数を 3 とした. 目的成分はオドボールパラダイムによって誘起された P300 である. T 波と S 波のそれぞれに対して、分離対象の信号を除いたすべての信号を用いてウィシャート分布のハイパーパラメタを計算し、第 1 番目のイベントの空間相関行列に事前確率を設定する. また、R 波を用いて同じく第 2 番目のイベントの空間相関行列に事前確率を設定する. 3 つの分離信号には事前知識 は導入しなかった.

4.3. 実験結果

前処理の違いによる認識精度の違いは表1にまとめられる. 提案手法を用いた時, 最も識別率が良くなった.

	処理なし	Sakanashi 法	提案法
認識精度	0.64	0.69	0.79

表 1 認識精度

処理を行って生の信号と、提案法により目的成分のP300(刺激呈示から 300 ミリ秒後の電位の陽性シフト)を強調した信号をそれぞれ[図 3]と[図 4]に示す. 提案法により信号対雑音比が向上し、より明瞭に P300 が観測できることが分かる.

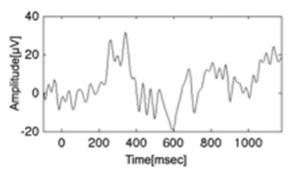


図 3 処理を行っていない信号

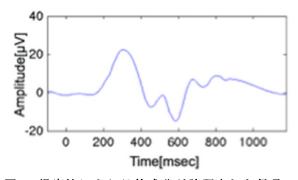


図 4 提案法により目的成分が強調された信号

5. 結論

本稿では、脳波の目的成分強調法として従来用いられている加算平均法および独立成分分析の問題点を上げた.その上で、教師なし学習によりウィーナーフィルタのパラメタの推定を行う Sakanashi らの手法を、目的成分の事前計測により事前確率を導入する形で拡張した.脳波の誘発電位のパターン認識実験により、提案手法の有効性が示された.

6. 謝辞

本研究の一部は, JSPS 科研費 24240032 の助成を受け実施したものである.

文 献

- [1] 長谷川良平. "ブレイン-マシンインタフェースの 現状と将来." *信学誌* 91.12 (2008): 1066-1075.
- [2] Tanaka, Kazuo, Kazuyuki Matsunaga, and Hua O. Wang. "Electroencephalogram-based control of an electric wheelchair." Robotics, IEEE Transactions on 21.4 (2005): 762-766.
- [3] Farwell, Lawrence Ashley, and Emanuel Donchin. "Talking off the top of your head: toward a mental prosthesis utilizing event-related brain potentials. "Electroencephalography and clinical Neurophysiology 70.6 (1988): 510-523.
- [4] 里宇明元. "BMI が拓くリハビリテーションの新たな可能性." 認知リハビリテーション 15 (2010): 1-8.
- [5] Nolan, H., R. Whelan, and R. B. Reilly. "FASTER: Fully Automated Statistical Thresholding for EEG artifact Rejection." *Journal of neuroscience* methods 192.1 (2010): 152-162.
- [6] Hyvärinen, Aapo, Juha Karhunen, and Erkki Oja. Independent component analysis. Vol. 46. John Wiley & Sons, 2004.
- [7] Cohen, Jill, and John Polich. "On the number of trials needed for P300." International Journal of Psychophysiology 25.3 (1997): 249-255.
- [8] Squires, Kenneth C., et al. "The effect of stimulus sequence on the waveform of the cortical event-related potential." *Science* (1976).
- [9] Makeig, Scott, et al. "Independent component analysis of electroencephalographic data." Advances in neural information processing systems (1996): 145-151.
- [10] Sakanashi, R., et al. "Comparison of superimposition and sparse models in blind source separation by multichannel Wiener filter." Proc. APSIPA AnnualSummit and Conf. 2012.
- [11] 栗花悠輔, et al. "多変量確率モデルによる脳波の信号分離." 電子情報通信学会技術研究報告. MBE, ME とバイオサイバネティックス 112.479 (2013): 161-166.
- [12] Bishop, Christopher M. Pattern recognition and machine learning. Vol. 1. New York: springer, 2006.